



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NATIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2011

MEMORANDUM

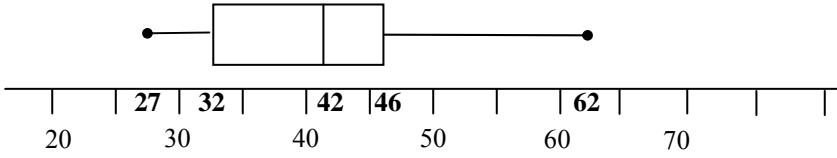
PUNTE: 150

Hierdie memorandum bestaan uit 22 bladsye.

NOTA:

- Indien 'n kandidaat 'n vraag TWEEKEER beantwoord het, merk slegs die EERSTE poging.
- Indien 'n kandidaat 'n poging van 'n vraag gekanselleer het en nie die vraag weer gedoen het nie, merk die gekanselleerde vraag.
- Deurlopende akkuraatheid geld in **ALLE** aspekte van die memorandum.
- Dit is onaanvaarbaar om antwoorde/waardes te veronderstel en dan te gebruik om vrae te beantwoord.

VRAAG 1

1.1	mediaan = 42	✓ antwoord (1)
1.2	onderste kwartiel = 32 boonste kwartiel = 46 inter-kwartiel reikwydte = $46 - 32 = 14$	✓ onderste kwartiel ✓ boonste kwartiel ✓ antwoord (3)
1.3		✓ mond-en snor diagram met mediaan ✓ skeefheid ✓ aanduiding van 5 getal opsomming 27; 32; 42; 46; 62 of korrekte skaal (3)
1.4	Daar is 'n groter verspreiding van punte regs van die mediaan (42). <p style="text-align: center;">OF</p> Daar is 'n groter verspreiding van punte in die top 50%. <p style="text-align: center;">OF</p> Die verspreiding van punte links van die mediaan is nader aan mekaar <p style="text-align: center;">OF</p> Die grootste verspreiding van punte lê tussen Q_3 en die maksimum waarde. Nota: 'n Beskrywing rakende die verspreiding wat gebaseer is op die mond-en-snor diagram moet aanvaar word. Indien daar 'n aanduiding is van sheef na links omdat die gemiddeld kleiner is as die median: vol punte.	✓ groter verspreiding ✓ regs van mediaan (42) (2) ✓ groter verspreiding ✓ top 50% (2) ✓ nader verspreiding ✓ links van mediaan (2) ✓ groter verspreiding ✓ tussen Q_3 en max (2) <p style="text-align: right;">[9]</p>

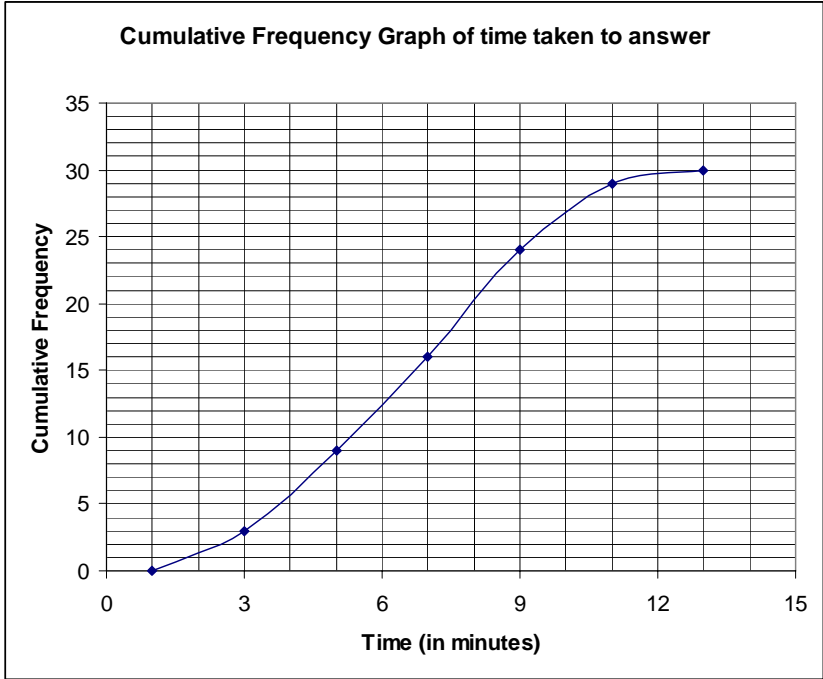
VRAAG 2

2.1	$\text{Gemiddeld} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{580}{8} = 72,5$ <p>Nota: Indien afgerond na 73: 1 punt</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">slegs antwoord: VOLPUNTE</div> ✓ 580 ✓ antwoord (2)
2.2	Standaard afwyking (σ) = 2,78 (2,783882181...) Nota: Indien afgerond na 2,8: 1 punt	✓✓ antwoord (2)
2.3	<p>\therefore 2 golf spelers se telling lê verder as een standard afwyking vanaf die gemiddelde.</p> <p>Die interval vir 1 standaard afwyking vanaf die gemiddelde is $(72,5 - 2,78 ; 72,5 + 2,78) = (69,72 ; 75,28)$</p>	✓ interval ✓ getal (2) [6]

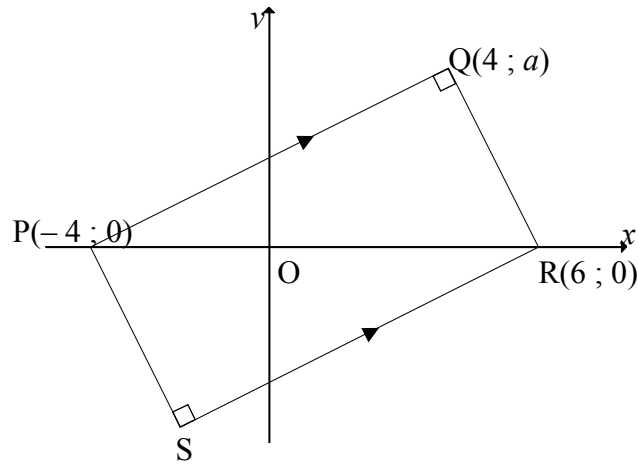
VRAAG 3

3.1	30	✓ 30 (1)
3.2	Lineer, dit lyk of die punte in 'n reguit lyn lê.	✓ lineer ✓ rede (2)
3.3	Hoe meer tyd spandeer word aan TV kyk, hoe laer is die toetspunte. <p style="text-align: center;">OF</p> Hoe minder tyd spandeer word aan TV kyk, hoe hoër is die toetspunte. <p style="text-align: center;">OF</p> Negatiewe korrelasie tussen veranderlikes. <p style="text-align: center;">OF</p> Indirekte verwantskap tussen die veranderlikes	✓ afleiding (1)
3.4	60 punte. (Aanvaar 50 -70 punte)	✓✓ afleiding (2) [6]

VRAAG 4

<p>4.1</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">TYD</th> <th style="padding: 5px;">FREKWENSIE</th> <th style="padding: 5px;">KUMULATIEWE FREKWENSIE</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">$1 \leq t < 3$</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$3 \leq t < 5$</td> <td style="padding: 5px;">6</td> <td style="padding: 5px;">9</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$5 \leq t < 7$</td> <td style="padding: 5px;">7</td> <td style="padding: 5px;">16</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$7 \leq t < 9$</td> <td style="padding: 5px;">8</td> <td style="padding: 5px;">24</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$9 \leq t < 11$</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">29</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$11 \leq t < 13$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">30</td> </tr> </tbody> </table> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>Nota: Slegs kumulatiewe frekwensie kolom – VOLPUNTE</p> </div>	TYD	FREKWENSIE	KUMULATIEWE FREKWENSIE	$1 \leq t < 3$	3	3	$3 \leq t < 5$	6	9	$5 \leq t < 7$	7	16	$7 \leq t < 9$	8	24	$9 \leq t < 11$	5	29	$11 \leq t < 13$	1	30	<p>Een punt vir elke twee korrekte kumulatiewe frekwensie waardes</p> <p style="text-align: right;">(3)</p>
TYD	FREKWENSIE	KUMULATIEWE FREKWENSIE																					
$1 \leq t < 3$	3	3																					
$3 \leq t < 5$	6	9																					
$5 \leq t < 7$	7	16																					
$7 \leq t < 9$	8	24																					
$9 \leq t < 11$	5	29																					
$11 \leq t < 13$	1	30																					
<p>4.2</p>	<div style="text-align: center;"> <p>Cumulative Frequency Graph of time taken to answer</p>  </div>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ boonste limiet ✓ kumulatiewe frekwensie (ten minste 4 uit 6 y-waardes korrek geplot) ✓ gegronde (1 ; 0) ✓ vorm (nie met liniaal verbind; gladde kurwe) <p style="text-align: right;">(4)</p>																					
<p>4.3</p>	<p>Geskatte aantal leerders wat minder as 4 minute neem: ongeveer 5 leerders (Aanvaar 6) Geskatte persentasie = 16,67% (Aanvaar 20%)</p> <p>Nota: Indien 9 leerders en geskatte persentasie = 30%: 1 punt Indien 5,5 leerders en geskatte persentasie = 18,33%: 1 punt</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ 5 leerders ✓ 16,67% <p style="text-align: right;">(2) [9]</p>																					

VRAAG 5



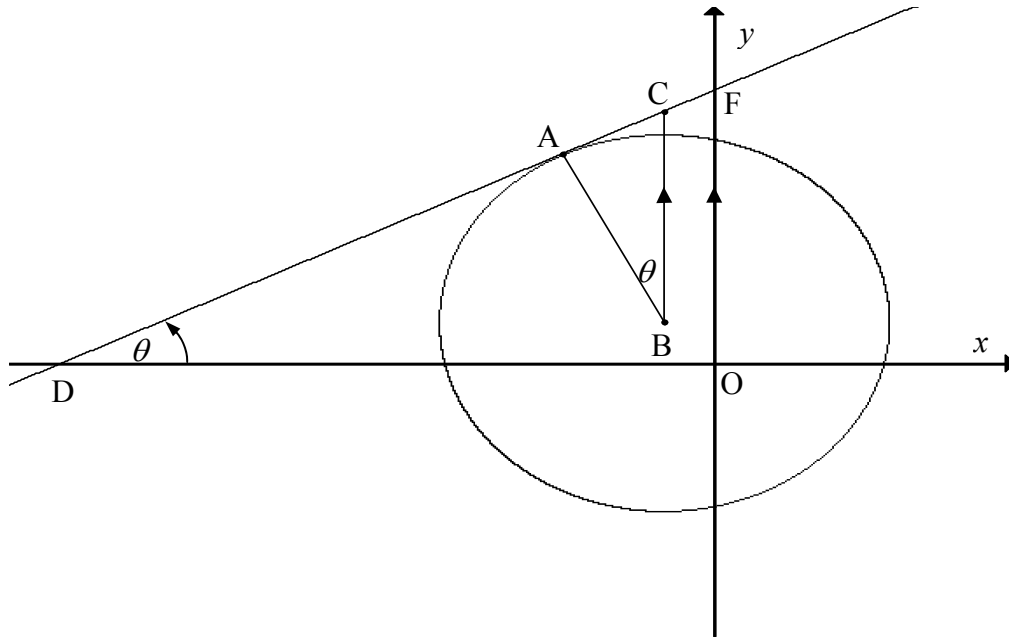
<p>5.1</p>	$m_{PQ} \times m_{QR} = -1$ $\left(\frac{a-0}{4+4}\right)\left(\frac{a-0}{4-6}\right) = -1$ $\left(\frac{a}{8}\right)\left(\frac{a}{-2}\right) = -1$ $\frac{a^2}{-16} = -1$ $a^2 = 16$ $a = \pm 4$ $a = 4; \text{ want } a > 0$ <p style="text-align: center;">OF</p> $PQ^2 + QR^2 = PR^2$ $(8^2 + a^2) + (a^2 + 2^2) = 10^2$ $\therefore 2a^2 = 32$ $\therefore a^2 = 16$ $\therefore a = 4$ <p style="text-align: center;">OF</p> <p>Gestel A is die middelpunt van middellyn PR. Dan $A\left(\frac{-4+6}{2}; \frac{0+0}{2}\right) = A(1; 0)$. AQ = AR (middellyne gelyk en halveer mekaar) $AQ^2 = AR^2$ $(1-4)^2 + (0-a)^2 = 5^2$ $9 + a^2 = 25$ $a^2 = 16$ $a = 4$</p> <p>Nota: Indien kandidaat $a = 4$ gebruik aan die begin, dan 0 punte.</p>	$\checkmark \frac{a-0}{4+4} \text{ or } \frac{a}{8}$ $\checkmark \frac{a-0}{4-6} \text{ or } \frac{a}{-2}$ <p>\checkmark gebruik gradient van loodregte lyne</p> $\checkmark a^2 = 16$ <p style="text-align: right;">(4)</p> <p>\checkmark gebruik Pythagoras</p> $\checkmark (8^2 + a^2) + (a^2 + 2^2)$ $\checkmark 10^2$ $\checkmark a^2 = 16$ <p style="text-align: right;">(4)</p> <p>$\checkmark (1; 0)$ is middelpunt</p> $\checkmark AQ = AR$ $\checkmark 3^2 + a^2 = 5^2$ $\checkmark a^2 = 16$ <p style="text-align: right;">(4)</p>
------------	---	--

5.2	<p>Vergelyking van lyn SR:</p> $m_{PQ} = \frac{4-0}{4-(-4)} = \frac{1}{2}$ $m_{SR} = m_{PQ} = \frac{1}{2} \quad \text{PQ} \parallel \text{SR}$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 0 = \frac{1}{2}(x - 6)$ $y = \frac{1}{2}x - 3$ <p style="text-align: center;">OF</p>	<p>✓ $m_{PQ} = \frac{1}{2}$</p> <p>✓ $m_{SR} = \frac{1}{2}$</p> <p>✓ substitusie van m en (6 ; 0)</p> <p>✓ standaard vorm (4)</p>
	$m_{PQ} = \frac{1}{2}$ $m_{PQ} = m_{SR} = \frac{1}{2} \quad \text{PQ} \parallel \text{SR}$ $y = \frac{1}{2}x + c$ $0 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{6}{1}\right) + c$ $-3 = c$ $y = \frac{1}{2}x - 3$ <p style="text-align: center;">OF</p> <p>S(-2 ; -4) (translasie)</p> $m_{RS} = \frac{0+4}{6+2} = \frac{1}{2}$ $\therefore y + 4 = \frac{1}{2}(x + 2)$ $\therefore y = \frac{1}{2}x - 3$	<p>✓ $m_{PQ} = \frac{1}{2}$</p> <p>✓ $m_{SR} = \frac{1}{2}$</p> <p>✓ substitusie van m en (6 ; 0)</p> <p>✓ standaard vorm</p> <p>✓ S(-2 ; -4)</p> <p>✓ $m_{SR} = \frac{1}{2}$</p> <p>✓ substitusie van m en (-2 ; -4)</p> <p>✓ standaard vorm (4)</p>
5.3	<p>Verg. van RS: $y = \frac{1}{2}x - 3$</p> <p>Verg. van SP: $y - 0 = -2(x + 4)$</p> $\therefore \frac{1}{2}x - 3 = -2(x + 4)$ $\therefore x = -2$ $y = -4$ <p style="text-align: center;">OF</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <p>slegs antwoord: VOLPUNTE</p> </div>	<p>✓ $m = -2$</p> <p>✓ Verg. van SP</p> <p>✓ waarde van x</p> <p>✓ waarde van y (4)</p>

	<p>Middelpunt PR = M$\left(\frac{-4+6}{2}; \frac{0+0}{2}\right) = (1; 0)$</p> <p>Gestel S(x; y). Dus omdat M(1; 0) die middelpunt van QS is:</p> $\frac{x_1 + x_2}{2} = 1 \qquad \frac{y_1 + y_2}{2} = 0$ $\therefore \frac{x+4}{2} = 1 \qquad \text{en} \qquad \frac{y+4}{2} = 0$ $x+4 = 2 \qquad y+4 = 0$ $x = -2 \qquad y = -4$ <p style="text-align: center;">OF</p> <p>Die translasie wat Q(4; 4) na R(6; 0) stuur, sal P(-4; 0) ook na S stuur.</p> $(6; 0) = (4 + 2; 4 - 4)$ $\therefore S = (-4 + 2; 0 - 4) = (-2; -4)$ <p style="text-align: center;">OF</p> <p>Die translasie wat Q(4; 4) na P(-4; 0) stuur, sal R(6; 0) ook na S stuur.</p> $(-4; 0) = (4 - 8; 4 - 4)$ $\therefore S = (6 - 8; 0 - 4) = (-2; -4)$ <p style="text-align: center;">OF</p> $m_{PQ} = m_{SR}$ $\frac{1}{2} = \frac{y}{x-6}$ $2y = x - 6 \qquad (1)$ $m_{PS} = m_{SR}$ $\frac{y}{x+4} = \frac{4}{-2}$ $-2y = 4x + 16 \qquad (2)$ $(1) + (2) : 0 = 5x + 10$ $x = -2$ <p>Stel in: $2y = -2 - 6 = -8$</p> $y = -4$	<p>✓ $\frac{x+4}{2} = 1$</p> <p>✓ $\frac{y+4}{2} = 0$</p> <p>✓ waarde van x</p> <p>✓ waarde van y (4)</p> <p>✓ metode</p> <p>✓ 2 of x + 2</p> <p>✓ -4 of y - 4</p> <p>✓ antwoord (4)</p> <p>✓ metode</p> <p>✓ -8 of x - 8</p> <p>✓ -4 of y - 4</p> <p>✓ antwoord (4)</p> <p>✓ vergelykings gebruik die gradient</p> <p>✓ tel vergelykings bymekaar</p> <p>✓ waarde van x</p> <p>✓ waarde van y (4)</p>
<p>5.4</p>	<p>PR = 6 - (-4)</p> <p>= 10</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <p>slegs antwoord: VOLPUNTE</p> </div> <p>PR² = (6+4)² + (0-0)²</p> <p>PR = 10</p>	<p>✓ 6 - (-4)</p> <p>✓ 10 (2)</p> <p>✓ substitusie in korrekte vormula</p> <p>✓ 10 (2)</p>

<p>5.5</p>	<p>middelpunt $PR = \left(\frac{6 + (-4)}{2} ; \frac{0 + 0}{2} \right) = (1; 0)$</p> <p>radius van sirkel $= \frac{1}{2} PR = 5$ eenhede</p> <p>$\therefore (x - 1)^2 + (y - 0)^2 = 5^2$ $(x - 1)^2 + y^2 = 25$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <p>slegs antwoord: VOLPUNTE</p> </div>	<p>✓ middelpunt</p> <p>✓ radius</p> <p>✓ Verg. van sirkel in korrekte vorm</p> <p style="text-align: right;">(3)</p>
<p>5.6</p>	<p>$(x - 1)^2 + y^2 = 25$ stel $Q(4; 4)$ in: LHS $= (4 - 1)^2 + 4^2$ $= 25$ $=$ RHS</p> <p>$\therefore Q$ is 'n punt op die sirkel</p> <p>Nota: Indien 'n punt ingestel word in die vergelyking wat lei na $25 = 25$: 1 punt Geen gevolgtrekking: 1 punt</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>Afstand van middelpunt $(1; 0)$ to $Q(4; 4)$ $\therefore Q$ is 'n punt op die sirkel, $r = 5$</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>PR is die middellyn van sirkel PQR dus Q lê op sirkel ($P\hat{Q}R = 90^\circ$)</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>$(4 - 1)^2 + y^2 = 25$ $y^2 = 16$ $\therefore y = 4$ $\therefore Q$ is 'n punt op die sirkel</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>$(x - 1)^2 + 4^2 = 25$ $(x - 1)^2 = 9$ $x - 1 = 3$ $x = 4$ $\therefore Q$ is 'n punt op die sirkel</p>	<p>✓ substitusie $Q(4;4)$</p> <p>✓ LHS = RHS</p> <p style="text-align: right;">(2)</p> <p>✓ = 5</p> <p>✓ gevolgtrekking</p> <p style="text-align: right;">(2)</p> <p>✓ middellyn</p> <p>✓ $P\hat{Q}R = 90^\circ$</p> <p style="text-align: right;">(2)</p> <p>✓ substitusie $x = 4$</p> <p>✓ gevolgtrekking</p> <p style="text-align: right;">(2)</p> <p>✓ substitusie $y = 4$</p> <p>✓ gevolgtrekking</p> <p style="text-align: right;">(2)</p>
<p>5.7</p>	<p>P moet ten minste 4 eenhede na regs skuif en S moet ten minste 4 eenhede op skuif sodat die beeld van PQRS in die eerste kwadrant is.</p> <p>\therefore minimum waarde van k is 4 en minimum waarde van l is 4</p> <p>\therefore minimum waarde van $k + l$ is 8</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <p>slegs antwoord: VOLPUNTE</p> </div> <p>Nota: Geen CA punt in 5.7 indien k en l nie minimum-waardes is nie.</p>	<p>✓ $k = 4$</p> <p>✓ $l = 4$</p> <p>✓ $k + l = 8$</p> <p style="text-align: right;">(3) [22]</p>

VRAAG 6



6.1	$x_C = x_B = -1$ $y_C = y_B + 5 = 6$ $\therefore C(-1 ; 6)$	✓ waarde van x ✓ waarde van y (2)
6.2	$BA \perp CA$ (raaklyn \perp radius) $\therefore CA^2 = BC^2 - AB^2$ (Pythagoras) $= (5)^2 - (\sqrt{20})^2 = 5$ $\therefore CA = \sqrt{5}$ of 2,24 eenhede	✓ $BA \perp CA$ of $\hat{B}AC = 90^\circ$ ✓ substitusie in Pythagoras ✓ antwoord (3)
6.3	$\tan \theta = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$	✓ tan verhouding (in enige vorm) (1)
6.4	$m_{DC} \times m_{AB} = -1$ $m_{DC} = \tan \theta = \frac{1}{2}$ $m_{DC} = \frac{1}{2}$ $m_{AB} = -2$	✓ $m_{DC} \times m_{AB} = -1$ ✓ $m_{DC} = \tan \theta = \frac{1}{2}$ (2)

<p>6.5</p>	<p>Verg. van DC: $y - 6 = \frac{1}{2}(x + 1)$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$</p> <p>Verg. van AB: $y - 1 = -2(x + 1)$ $y = -2x - 1$</p> <p>$-2x - 1 = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$ $-\frac{5}{2}x = \frac{15}{2}$ $x = -3$ $y = -2(-3) - 1$ $y = 5$ $\therefore A(-3 ; 5)$</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>Verg. van DC: $y - 6 = \frac{1}{2}(x + 1)$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$</p> <p>Verg. van AB: $y - 1 = -2(x + 1)$ $y = -2x - 1$</p> <p><u>By A:</u> $x - 2(-2x - 1) + 13 = 0$ $x + 4x + 2 + 13 = 0$ $5x = -15$ $x = -3$ en $y = -2(-3) - 1 = 5$ $\therefore A(-3 ; 5)$</p> <p style="text-align: center;">OF</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>slegs antwoord: $(-3 ; 5)$: 1 punt</p> </div> <p>✓ DC: subst m en $(-1 ; 6)$ ✓ Verg. van DC</p> <p>✓ Verg. van AB</p> <p>✓ stel vergelykings gelyk</p> <p>✓ waarde van x ✓ waarde van y (6)</p> <p>✓ DC: subst m en $(-1 ; 6)$ ✓ Verg. van DC</p> <p>✓ subst m en $(-1 ; 1)$ ✓ Verg. van AB</p> <p>✓ waarde van x ✓ waarde van y (6)</p>
------------	--	--

	<p>Verg. van DC: $y - 6 = \frac{1}{2}(x + 1)$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$</p> <p>Verg. van sirkel: $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 20$</p> <p><u>By A:</u> $(x + 1)^2 + (\frac{1}{2}x + \frac{13}{2} - 1)^2 = 20$ $(x + 1)^2 + (\frac{1}{2}x + \frac{11}{2})^2 = 20$ $1\frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{2}x + 11\frac{1}{4} = 0$ $\therefore x^2 + 6x + 9 = 0$ $(x + 3)^2 = 0$ $\therefore x = -3$ en $y = \frac{1}{2}(-3) + \frac{13}{2} = 5$ $\therefore A(-3 ; 5)$</p>	<p>✓ DC: subst m van $(-1 ; 6)$ ✓ Verg. van DC</p> <p>✓ substitusie</p> <p>✓ $x^2 + 6x + 9 = 0$</p> <p>✓ waarde van x</p> <p>✓ waarde van y (6)</p>
--	--	--

OF

Trek $AE \perp BC$

$$\cos \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{AE}{\sqrt{5}} = \frac{BE}{2\sqrt{5}}$$

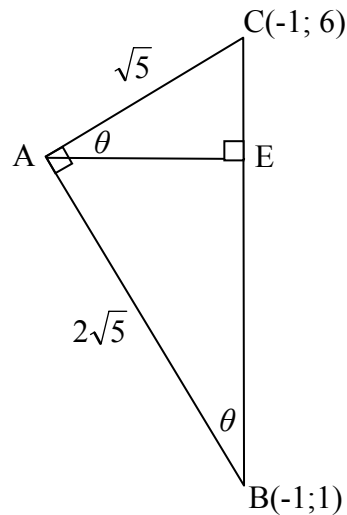
$$\therefore AE = \frac{2 \times 5}{5} = 2$$

$$BE = \frac{4 \times 5}{5} = 4$$

$$x_A = -1 - AE = -1 - 2 = -3$$

$$\therefore y_A = 1 + BE = 4 + 1 = 5$$

$$\therefore A(-3 ; 5)$$



$$\checkmark \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{AE}{\sqrt{5}}$$

$$\checkmark AE = 2$$

$$\checkmark \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{BE}{2\sqrt{5}}$$

$$\checkmark BE = 4$$

$$\checkmark -3$$

$$\checkmark 5$$

(6)

OF

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 20 \quad (1)$$

$$y = -2x - 1 \quad (2)$$

$$(x+1)^2 + (-2x-2)^2 = 20$$

$$x^2 + 2x + 1 + 4x^2 + 8x + 4 - 20 = 0$$

$$5x^2 + 10x - 15 = 0$$

$$x^2 + 10x - 15 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$$x = -3 \text{ or } x = 1$$

subst (1) in (2)

$$\therefore y = 5$$

✓ subst m en
(-1;1)

✓ verg. van AB

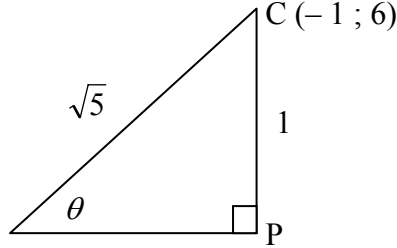
✓ verg. van sirkel

✓ substitution

✓ waarde van x

✓ waarde van y

(6)

<p>6.6</p>	<p style="text-align: center;">OF</p> <p>Vergelyking AC : $y = \frac{1}{2}x + 6\frac{1}{2}$</p>  <p style="text-align: center;">OF</p> <p>$\tan \theta = \frac{1}{2}$</p> <p>$\theta = 26,57^\circ$</p> <p>$AP = \sqrt{5} \cos 26,57^\circ$</p> <p>$AP = 2$</p> <p>$CP = \sqrt{5} \sin 26,57^\circ$</p> <p>$CP = 1$</p> <p>$\therefore x = -1 - 2 = -3$</p> <p>$y = 6 - 1 = 5$</p> <p>$\therefore A(-3; 5)$</p> <p>Area $\Delta ABC = \frac{1}{2}(\sqrt{5})(\sqrt{20}) = 5$</p> <p>Verg. van DC is $y = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$</p> <p>Dus OF = $\frac{13}{2}$ en OD = 13.</p> <p>Area $\Delta ODF = \frac{1}{2}\left(\frac{13}{2}\right)(13) = \frac{169}{4}$</p> <p>Area ΔABC: Area $\Delta ODF = 5 : \frac{169}{4} = 20 : 169$</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>$DF^2 = 13^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{845}{4}$</p> <p>$DF = \frac{13 \cdot \sqrt{5}}{2}$</p> <p>$\frac{\Delta_{ABC}}{\Delta_{ODF}} = \frac{\frac{1}{2}(5)(\sqrt{20}) \sin \theta}{\frac{1}{2}(13)\left(\frac{13 \cdot \sqrt{5}}{2}\right) \sin \theta}$</p> <p style="text-align: center;">$= \frac{20}{169}$</p>	<p>$\checkmark \theta = 26,57^\circ$</p> <p>$\checkmark$</p> <p>$AP = \sqrt{5} \cos 26,57^\circ$</p> <p>$\checkmark AP = 2$</p> <p>$\checkmark CP = 1$</p> <p>$\checkmark$ waarde van x</p> <p>\checkmark waarde van y</p> <p style="text-align: right;">(6)</p> <p>$\checkmark \frac{1}{2}(\sqrt{5})(\sqrt{20})$</p> <p>$\checkmark OF = \frac{13}{2}$</p> <p>$\checkmark OD = 13$</p> <p>$\checkmark \frac{1}{2}\left(\frac{13}{2}\right)(13)$</p> <p>$\checkmark$ antwoord</p> <p style="text-align: right;">(5)</p> <p>$\checkmark = 13^2$</p> <p>$\checkmark + \left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{845}{4}$</p> <p>$\checkmark DF = \frac{13 \cdot \sqrt{5}}{2}$</p> <p>$\checkmark \frac{1}{2}(5)(\sqrt{20}) \sin \theta$</p> <p>$\checkmark \frac{1}{2}(13)\left(\frac{13 \cdot \sqrt{5}}{2}\right) \sin \theta$</p> <p>$\checkmark$ antwoord</p> <p style="text-align: right;">(5)</p>
------------	--	--

OF	ΔODF is 'n vergroting van ΔABC $\therefore \text{area } \Delta ABC : \text{area } \Delta ODF = AB^2 : OD^2 = 20 : OD^2$ Vergelyking van DC is $y = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$ $x_D = -13$ $OD = 13$ $\therefore \text{area } \Delta ABC : \text{area } \Delta ODF = AB^2 : OD^2 = 20 : 169$	✓ vergroting ✓✓ $AB^2 : OD^2 = 20 : OD^2$ ✓ - 13 ✓ antwoord (5)
		[19]

VRAAG 7

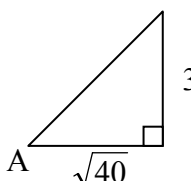
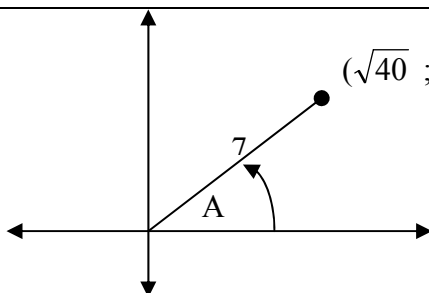
7.1	$(x; y) \rightarrow (x + 4; y) \rightarrow (-x - 4; -y)$ OR $(x; y) \rightarrow (-x - 4; -y)$	✓ $x + 4$ ✓ y ✓ $-x - 4$ ✓ $-y$ (4)
7.2	Nuwe middelpunt = $(-2 ; -5)$ $(x + 2)^2 + (y + 5)^2 = 16$ $x^2 + 4x + 4 + y^2 + 10y + 25 - 16 = 0$ $x^2 + y^2 + 4x + 10y + 13 = 0$	✓ $(-2 ; -5)$ ✓ $(x + 2)^2 + (y + 5)^2$ ✓ 16 ✓ vereenvoudiging (4)
		[8]

VRAAG 8

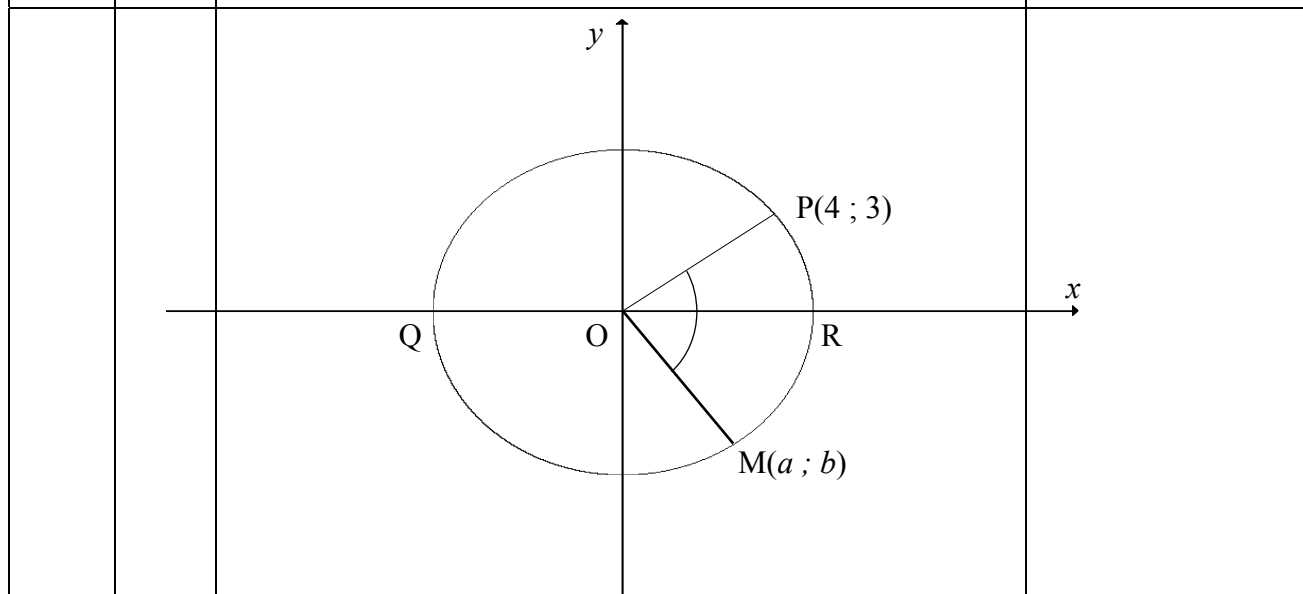
8.1	Rotasie van 90° antiklosgewys om die oorsprong. OF Rotasie van 270° klosgewys om die oorsprong. Nota: Indien refleksie van 90° antiklosgewys: 0 punte	✓ rotasie 90° ✓ antiklosgewys (2) ✓ rotasie 270° ✓ klosgewys (2)
8.2	$D(5 ; -4)$ $D'(4 ; 5)$	✓ 4 ✓ 5 (2)
8.3	$G(-7 ; -6)$	✓ -7 ✓ -6 (2)
8.4	Area ABCD = $5 \times 2 = 10$ vierkant eenhede $\text{Area MNRP} = 10 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{45}{2}$ Area ABCD \times Area MNRP $= 10 \times \frac{9}{4} \times 10$ $= 225 \text{ (eenhede)}^4$	✓ area ABCD = 10 ✓ area MNRP $= \frac{45}{2}$ ✓ 225 (3)
OF		

	$\text{Produk} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times (\text{area ABCD})^2$ $= \frac{9}{4} \times (5 \times 2)^2$ $= 225 \text{ (eenhede)}^4$ <p>Nota: CA sal van toepassing wees indien $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ gebruik is in die berekening.</p>	<p>✓ $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ ✓ 10^2 ✓ 225</p> <p>(3) [9]</p>
--	---	---

VRAAG 9

9.1	9.1.1	 <p style="text-align: center;">of</p>  <p> $r^2 = 40 + 9$ $r = 7$ $\cos A = \frac{\sqrt{40}}{7}$ </p>	<p>✓ skets ✓ $r = 7$ ✓ $\frac{\sqrt{40}}{7}$</p> <p>(3)</p>
	9.1.2	<p> $\sin(180^\circ + A)$ $= -\sin A$ $= -\frac{3}{7}$ </p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p> $\sin(180^\circ + A) = \sin 180^\circ \cdot \cos A + \cos 180^\circ \cdot \sin A$ $= 0 \cdot \cos A - 1 \cdot \sin A$ $= -\sin A$ $= -\frac{3}{7}$ </p>	<p>✓ $-\sin A$ ✓ $-\frac{3}{7}$</p> <p>(2)</p> <p>✓ $-\sin A$ ✓ $-\frac{3}{7}$ (2)</p>
9.2		$\frac{\cos 100^\circ \times \tan^2 120^\circ}{\sin(-10^\circ)}$ $= \frac{(-\cos 80^\circ)(-\tan 60^\circ)^2}{(-\sin 10^\circ)}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Nota: slegs antwoord: 0 punte</p> </div> $= \frac{(-\cos 80^\circ) \times ((-\sqrt{3})^2)}{(-\cos 80^\circ)}$ $= 3$ <p style="text-align: center;">OF</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Nota: Indien $\frac{+\cos 80^\circ}{+\sin 10^\circ}$ (twee negatiewe kanselleer), geen penalisering</p> </div>	<p>✓ $-\cos 80^\circ$ ✓ $-\tan 60^\circ$ of $\tan^2 60^\circ$ ✓ $-\sin 10^\circ$ ✓ $-\sqrt{3}$ ✓ $\sin 10^\circ = \cos 80^\circ$ ✓ 3</p> <p>(6)</p>

	$\frac{\cos 100^\circ \times \tan^2 120^\circ}{\sin(-10^\circ)}$ $= \frac{(-\cos 80^\circ)(-\tan 60^\circ)^2}{(-\sin 10^\circ)}$ $= \frac{(-\sin 10^\circ) \times ((-\sqrt{3})^2)}{(-\sin 10^\circ)}$ $= 3$ <p style="text-align: center;">OF</p> $\frac{\cos 100^\circ}{\sin(-10^\circ)} \times \tan^2 120^\circ$ $= \frac{\cos(90^\circ + 10^\circ)}{-\sin(10^\circ)} \times \tan^2 60^\circ$ $= \frac{-\sin 10^\circ}{-\sin 10^\circ} \times (\sqrt{3})^2$ $= 3$	<ul style="list-style-type: none"> ✓ $-\cos 80^\circ$ ✓ $-\sin 10^\circ$ ✓ $-\tan 60^\circ$ ✓ $-\sqrt{3}$ ✓ $\cos 80^\circ = \sin 10^\circ$ ✓ 3 <p style="text-align: right;">(6)</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ $\cos(90^\circ + 10^\circ)$ ✓ $-\sin 10^\circ$ ✓ $-\sin 10^\circ$ ✓ $\tan^2 60^\circ$ ✓ $\sqrt{3}$ ✓ 3 <p style="text-align: right;">(6)</p>
--	--	--



9.3	9.3.1	$r = 5$ $\sin \hat{R}OP = \frac{3}{5} = 0,6$	<ul style="list-style-type: none"> ✓ 5 ✓ ratio <p style="text-align: right;">(2)</p>
	9.3.2	$\hat{R}OP = 36,87^\circ$ $\hat{Q}OP = 180^\circ - 36,869\dots^\circ$ $\hat{Q}OP = 143,13^\circ$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; margin-top: 10px;"> slegs antwoord: VOLPUNTE </div>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ $36,869\dots^\circ$ ✓ $143,13^\circ$ <p style="text-align: right;">(2)</p>

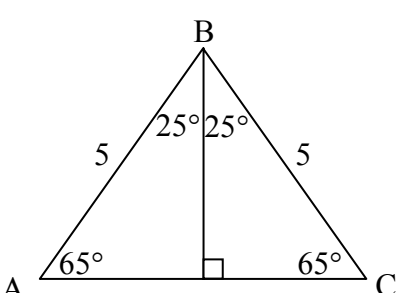
9.3.3	$x_m = x \cos \theta + y \sin \theta$ $a = 4 \cos 115^\circ + 3 \sin 115^\circ$ $a = 1,03$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Nota: Penaliseer 1 punt vir verkeerde afronding Nota: Indien verkeerde hoek in die x- formule: 1 punt</p> </div> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>Rotasie of 115° kloksgewys = 245° antikloksgewys $x_m = x \cos \theta - y \sin \theta$ $a = 4 \cos 245^\circ - 3 \sin 245^\circ$ $a = 1,03$</p> <p style="text-align: center;">OF</p> $\tan P\hat{O}R = \frac{3}{4}$ $P\hat{O}R = 36,86\dots^\circ$ $M\hat{O}R = 78,13\dots^\circ$ $\cos M\hat{O}R = \frac{a}{5}$ $a = 5 \cos 78,13^\circ$ $a = 1,03$	<p>✓ formule ✓ substitusie of waardes ✓ $a = 1,03$ (3)</p> <p>✓ formule ✓ substitusie van waardes ✓ $a = 1,03$ (3)</p> <p>✓ $36,86^\circ$ ✓ cos ratio ✓ $a = 1,03$ (3)</p> <p style="text-align: right;">[18]</p>
-------	--	--	--

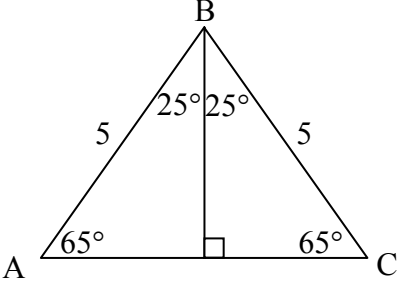
VRAAG 10

10.1	$f(225^\circ) = 2$ $\therefore a \tan 225^\circ = 2 \quad \therefore a = 2$ $g(0) = 4$ $\therefore b \cos 0^\circ = 4 \quad \therefore b = 4$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> slegs antwoord: VOLPUNTE </div>	<p>✓ substitusie ✓ $a = 2$ ✓ substitusie ✓ $b = 4$ (4)</p>
10.2	Minimum waarde van $g(x) + 2 = -4 + 2 = -2$		<p>✓ -4 ✓ -2 (2)</p>
10.3	Periode = $\frac{180^\circ}{\frac{1}{2}} = 360^\circ$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> slegs antwoord: VOLPUNTE </div>	<p>✓ $\frac{180^\circ}{\frac{1}{2}}$ ✓ 360° (2)</p>

<p>10.4</p> <p>By P $f(\theta) = g(\theta)$ $2 \tan \theta = 4 \cos \theta$ vir $180^\circ - \theta$: $2 \tan (180^\circ - \theta) = -2 \tan \theta$ and $4 \cos(180^\circ - \theta) = -4 \cos \theta$ $2 \tan \theta = 4 \cos \theta$ by P $\therefore -2 \tan \theta = -4 \cos \theta$ $\therefore 2 \tan (180^\circ - \theta) = 4 \cos (180^\circ - \theta)$ by Q</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>$2 \tan \theta = 4 \cos \theta$ $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 2 \cos \theta$ $\sin \theta = 2 \cos^2 \theta$ $= 2(1 - \sin^2 \theta)$ $2 \sin^2 \theta + \sin \theta - 2 = 0$ $\sin \theta = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(2)(-2)}}{4}$ $\sin \theta = 0,78077\dots$ $\theta = 51,33^\circ$ or $128,67^\circ$ \therefore die x - koördinaat van Q is $180^\circ - x_p$</p>	<p style="text-align: center;">OF</p> <p>$2 \tan \theta = 4 \cos \theta$ $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 2 \cos \theta$ $\sin \theta = 2 \cos^2 \theta$ $= 2(1 - \sin^2 \theta)$ $2 \sin^2 \theta + \sin \theta - 2 = 0$ $\sin \theta = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(2)(-2)}}{4}$ $\sin \theta = 0,78077\dots$ $\theta = 51,33^\circ$ or $128,67^\circ$ \therefore die x - koördinaat van Q is $180^\circ - x_p$</p>	<p>$\checkmark 2 \tan \theta = 4 \cos \theta$ $\checkmark 2 \tan (180^\circ - \theta) = -2 \tan \theta$ $\checkmark 4 \cos(180^\circ - \theta) = -4 \cos \theta$ $\checkmark 2 \tan (180^\circ - \theta) = 4 \cos (180^\circ - \theta)$ (4)</p> <p>\checkmark vergelyking</p> <p>$\checkmark \sin \theta = 0,78077\dots$ $\checkmark 51,33^\circ$ $\checkmark 128,67^\circ$ (4)</p> <p style="text-align: right;">[12]</p>
--	---	--

VRAAG 11

<p>11.1</p> <p>Area $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin 50^\circ$ $= \frac{1}{2} (5)(5) \sin 50^\circ$ $= 9,58 \text{ eenhede}^2$</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>Area of $\triangle ABC$ $= \frac{1}{2} (2)(5) \sin 25^\circ (5 \cos 25^\circ)$ $= 9,58 \text{ eenhede}^2$</p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p>Area van $\triangle ABC$ $= \left[\frac{1}{2} (5 \cos 65^\circ)(5 \sin 65^\circ) \right] (2)$ $= 9,58 \text{ eenhede}^2$</p>		<p>\checkmark substitusie in korrekte formule \checkmark antwoord (2)</p> <p>\checkmark basis en hoogte in terme van 5 en 25° \checkmark antwoord (2)</p> <p>\checkmark basis en hoogte in terme van 5 en 65° \checkmark antwoord (2)</p>
--	--	--

<p>11.2</p>	<p> $AC^2 = 5^2 + 5^2 - 2(5)(5)\cos 50^\circ$ $AC^2 = 17,86061952$ $AC = 4,23 \text{ eenhede}$ </p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p> $\hat{A} = \hat{C} = 65^\circ$ (hoeke teenoor gelyke sye) $\frac{\sin 65^\circ}{5} = \frac{\sin 50^\circ}{AC}$ $AC = \frac{5 \sin 50^\circ}{\sin 65^\circ}$ $= 4,23 \text{ eenhede}$ </p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p> $\sin 25^\circ = \frac{\frac{1}{2}(AC)}{5}$ $AC = 2(5)\sin 25^\circ$ $= 4,23 \text{ cm}$ </p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">OF</p> <p> $\cos 65^\circ = \frac{\frac{1}{2}(AC)}{5}$ $AC = 2(5)\cos 65^\circ$ $AC = 4,23 \text{ cm}$ </p>	<p> ✓ gebruik van cosine reël ✓ substitusie ✓ antwoord (3) </p> <p> ✓ gebruik van sin reël ✓ substitusie ✓ antwoord (3) </p> <p> ✓ skets/diagram ✓ $\sin 25^\circ = \frac{\frac{1}{2}AC}{5}$ ✓ antwoord (3) </p> <p> ✓ skets/diagram ✓ $\cos 65^\circ = \frac{\frac{1}{2}(AC)}{5}$ ✓ antwoord (3) </p>
<p>11.3</p>	<p> $\tan 25^\circ = \frac{CF}{AC}$ $\therefore CF = 4,23 \times \tan 25^\circ$ $\therefore CF = 1,97 \text{ cm}$ </p> <p style="text-align: center;">OF</p> <p> $\frac{FC}{\sin 25^\circ} = \frac{4,23}{\sin 65^\circ}$ $FC = \frac{4,23 \sin 25^\circ}{\sin 65^\circ}$ $= 1,97 \text{ cm}$ </p>	<p> ✓ verhouding ✓ CF as onderwerp ✓ antwoord (3) </p> <p> ✓ sin reël ✓ FC as onderwerp ✓ antwoord (3) </p> <p style="text-align: right;">[8]</p>

VRAAG 12

<p>12.1</p>	$LHS = \frac{\sin(360^\circ + 90^\circ + x - \alpha)}{\cos(\alpha - x)}$ $= \frac{\sin(90^\circ + x - \alpha)}{\cos(\alpha - x)}$ $= \frac{\cos(x - \alpha)}{\cos(\alpha - x)}$ $= \frac{\cos(\alpha - x)}{\cos(\alpha - x)}$ $= 1$ <p style="text-align: center;">OF</p> $LK = \frac{\sin[90^\circ - (\alpha - x)]}{\cos(\alpha - x)}$ $= \frac{\cos(\alpha - x)}{\cos(\alpha - x)}$ $= 1$ $= RK$	<p>✓ aftrek van 360° ✓ cos (x - α)</p> <p>✓ cos(α - x)</p> <p style="text-align: right;">(3)</p> <p>✓ aftrek van 360° ✓ skryf as 90° - (α - x) ✓ cos(α - x)</p> <p style="text-align: right;">(3)</p>
<p>12.2</p>	$\cos 2x = 1 - 3 \cos x$ $2 \cos^2 x - 1 = 1 - 3 \cos x$ $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$ $(2 \cos x - 1)(\cos x + 2) = 0$ $\cos x = \frac{1}{2} \quad \text{of} \quad \cos x = -2$ <p style="text-align: center;">n/a</p> $x = 60^\circ + k.360^\circ ; k \in Z \quad \text{of} \quad x = 300^\circ + k.360^\circ ; k \in Z$ <p style="text-align: center;">OF</p> $x = \pm 60^\circ + k.360^\circ ; k \in Z$	<p>✓ cos 2x = 2 cos² x - 1</p> <p>✓ faktorisering ✓ cos x = $\frac{1}{2}$ ✓ 60° ✓ 300° ✓ + k.360° ✓ k ∈ Z</p> <p style="text-align: right;">(7)</p>
<p>12.3.1</p>	<p>LK:</p> $\frac{\sin A \cos B - \cos A \sin B}{\sin B \cos B}$ $= \frac{\sin(A - B)}{\sin B \cos B}$ <p>RK =</p> $\frac{2 \sin(A - B)}{2 \sin B \cos B}$ $= \frac{\sin(A - B)}{\sin B \cos B}$ $= LK$	<p>✓ skryf as enkel breuk ✓ saamgestelde hoek uitbreiding ✓ saamgestelde hoek uitbreiding ✓ vereenvoudiging</p> <p style="text-align: right;">(4)</p>

	<p style="text-align: center;">OF</p> <p>LK:</p> $\frac{\sin A \cos B - \cos A \sin B}{\sin B \cos B}$ $= \frac{\sin(A - B)}{\sin B \cos B}$ $= \frac{2 \sin(A - B)}{2 \sin B \cos B}$ $= \frac{2 \sin(A - B)}{\sin 2B}$ $= RK$ <p style="text-align: center;">OF</p> $RK = \frac{2 \sin(A - B)}{\sin 2B}$ $= \frac{2(\sin A \cos B - \cos A \sin B)}{2 \sin B \cos B}$ $= \frac{\sin A \cos B - \cos A \sin B}{\sin B \cos B}$ $= \frac{\sin A \cos B}{\sin B \cos B} - \frac{\cos A \sin B}{\sin B \cos B}$ $= \frac{\sin A}{\sin B} - \frac{\cos A}{\cos B}$ $= LK$	<p>✓ skryf as enkel breuk ✓ saamgestelde hoek uitbreiding ✓ mult. by 2 ✓ saamgestelde hoek uitbreiding</p> <p style="text-align: right;">(4)</p> <p>✓ uitbreiding ✓ uitbreiding ✓ deel deur 2 ✓ skryf as aparte breuke</p> <p style="text-align: right;">(4)</p>
--	--	--

	$\frac{1}{\sin 18^\circ} = 4 \cos 36^\circ$ $\frac{1}{\sin 18^\circ} = 4(1 - 2 \sin^2 18^\circ)$ $\frac{1}{\sin 18^\circ} = 4 - 8 \sin^2 18^\circ$ $8(\sin 18^\circ)^3 - 4(\sin 18^\circ) + 1 = 0$ <p>Gevolglik is $\sin 18^\circ$ 'n oplossing van $8x^3 - 4x + 1 = 0$</p> <p>Nota: substitusie van $x = \sin 18^\circ$ in $8x^3 - 4x + 1$ en dan die gebruik van 'n sakrekenaar om aan te dui dat antwoord 0 is: 0 punte</p>	<p>✓ $\cos 36^\circ$ $= 1 - 2 \sin^2 18^\circ$ ✓ vereenvoudiging ✓ vergelyking i.t.v $\sin 18^\circ$ ✓ vervang $\sin 18^\circ = x$</p> <p style="text-align: right;">(4) [24]</p>
--	---	---

TOTAAL: 150