

Hoërskool Ellisras



Gevorderde Program Wiskunde

Vraestel I: Algebra en Calculus

Gr. 12

Rekord 2019
Eksaminator: H. Glas

Tyd: 2 ure
Punte: 200

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Gee aandag aan die volgende instruksies

1. Hierdie vraestel bestaan uit 6 bladsye. `n Formuleblad word verskaf. Maak seker dat jou vraestel volledig is.
2. Beantwoord alle vrae.
3. Nommer jou antwoorde presies soos die vrae genummer is.
4. Jy mag `n nie-programeerbare en nie-grafiese sakrekenaar gebruik tensy anders gemeld.
5. Gee antwoorde korrek tot 2 desimale plekke.
6. Alle nodige bewerkings moet duidelik aangetoon word.
7. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en netjies en sistematies te werk

The difference between ordinary en extraordinary is that little extra.

- Jimmy Johnson

VRAAG 1

Bewys deur Wiskundige Induksie dat vir alle $\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ $n \in \mathbb{N}$. **[15]**

VRAAG 2

2.1 Los op vir $x \in \mathbb{R}$, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar en toon alle nodige stappe:

2.1.1 $|x|^2 - 3|x| - 28 = 0$ (6)

2.1.2 $\ln x^3 + 2\ln x^2 = 7$ (6)

2.1.3 $e^{|x-3|} = 2$ (5)

2.2 Die gemiddelde loopspoed, R in meter per sekonde, van mense in 'n stad met 'n populasie, P , in duisende, word gegee deur:

$$R = 0,37\ln P + 0,5$$

2.2.1. Die populasie in Mbombela is 660 000. Bepaal die gemiddelde loopspoed. (4)

2.2.2. Polokwane se populasie het 'n gemiddelde loopspoed van $2,3 \text{ ms}^{-1}$. Bepaal die populasie. (6)
[27]

VRAAG 3

3.1 As $3 + 2i$ 'n nulpunt is van $f(x) = 2x^3 - 13x^2 + 32x - 13$, bepaal die ander oplossings van $f(x) = 0$. (8)

3.2 Bereken die waarde van p en q as: $i|2 - i| = p + qi$ (7)

[15]**VRAAG 4**

4.1 Gegee: $f(x) = ax + b$

Bepaal die waardes van die konstantes a en b indien

$$f \circ f(x) = 9x + 20$$

(9)

4.2 Gegee:
$$f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & x < 0 \\ x^2 + 2 & 0 \leq x \leq 2 \\ \ln(x - 1) & x > 2 \end{cases}$$

4.2.1 Skets die grafiek van $f(x)$. (6)

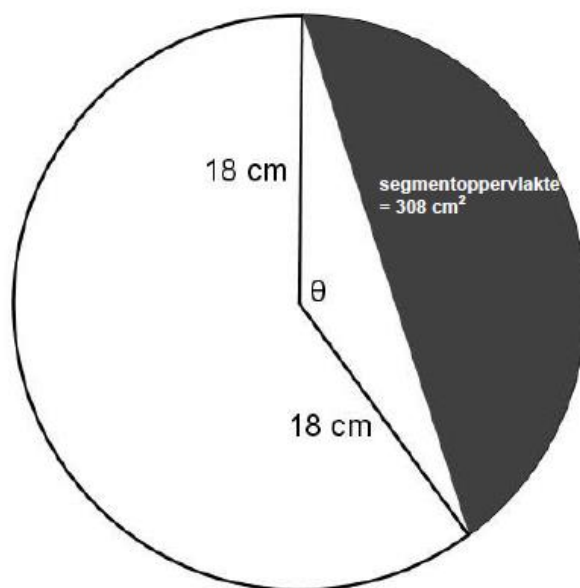
4.2.2 Bepaal of f differensieerbaar is by $x = 0$ (8)

4.2.3 Bepaal of f differensieerbaar is by $x = 2$ (2)

[25]

VRAAG 5

Beskou die diagram hieronder. Die geskakeerde segment het 'n oppervlakte van 308 cm^2 .



5.1 Toon, deur die gegewe oppervlakte te gebruik, dat θ die volgende vergelyking bevredig: $162\theta - 162\sin\theta - 308 = 0$ (6)

5.2 Gebruik Newton-Raphson-herhaling om θ (in radiale) tot 5 desimale plekke te bepaal deur 'n aanvanklike benadering van 2 radiale te gebruik. Jy moet die iteratiewe formule noem wat jy gebruik het om jou antwoorde te kry. (8)

[14]

VRAAG 6

6.1 Die vergelyking van 'n kromme is $3x^2 + 2xy + y^2 = 6$. Dit word gegee dat daar twee punte op die kromme is waar die raaklyn ewewydig is aan die x-as.

6.1.1 Gebruik differensiasie en toon aan dat by die punte $y = -3x$. (6)

6.1.2 Bepaal vervolgens die koördinate van die twee punte. (4)

6.2 Gegee: $y = \ln\left(\frac{x-2}{x}\right)$

6.2.1 Toon aan dat $y' = \frac{2}{x(x-2)}$ (6)

6.2.2 Ontbind $\frac{2}{x(x-2)}$ in parsieële breuke. (5)

6.2.3 Bepaal vervolgens of andersins y'' en $\int y' dx$ (10)

[31]

VRAAG 7

Teken 'n sketsgrafiek van $f(x)$. Toon duidelik alle afsnitte met die asse, asimptote en stasionêre punte aan.

$$f(x) = \frac{(x-1)^2(x-3)}{x^2} \quad \textbf{[28]}$$

VRAAG 8

8.1. Bepaal die volgende integrale:

8.1.1 $\int \frac{2x}{\sqrt{5x^2 - 1}} dx$ (7)

8.1.2 $\int \sin 5x \cdot \sin 6x dx$ (6)

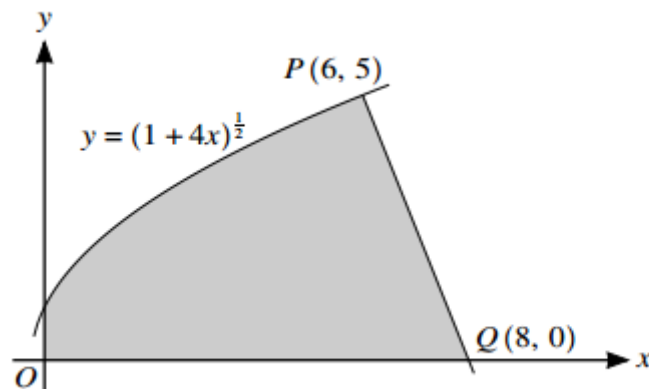
8.2 Bepaal die volgende integraal deur stuksgewyse integrasie:

$$\int x^2 \cos x dx \quad (10)$$

8.3 Laat R die gebied begrens deur die krommes $y = a^2 - x^2$ en $y = x^2 - a^2$ wees. Vir watter waarde van $a > 0$ is die oppervlakte van gebied R gelyk aan 72? (10)

[33]

VRAAG 9



Die diagram toon die kromme $y = (1 + 4x)^{\frac{1}{2}}$ en punt $P(6 ; 5)$ wat op die kromme lê.

Die lyn PQ sny die x -as by $Q(8 ; 0)$

The diagram shows part of the curve $y = (1 + 4x)^{\frac{1}{2}}$ and point $P(6 ; 5)$ lying on the curve.

The line PQ intersects the x -axis at $Q(8 ; 0)$.

- 9.1 Toon aan dat PQ die normaal aan die kromme is. (9)
- 9.2 Bepaal die vergelyking van die lyn PQ . (3)
- 9.3 Bepaal nou die eksakte volume van die omwentelingsliggaam as die geskakeerde gebied om die x -as gewentel word. (7)

[19]